

Measures of Variability (विचलन के मापक)

'विचलन' का सामान्य अर्थ यह है कि एक समूह के प्राप्तांक उस समूह के औसत या मध्यमान से कितनी दूर हैं अर्थात् वे मध्यमान से कितने कम या अधिक हैं। विचलन को विभिन्न नामों से भी पुकारा जाता है, जैसे - परिवर्तनशीलता, (Variability), प्रसार (Spreadness) अपकीरण (Dispersion).

Kinds of Measures of Variability (विचलन के मापकों के प्रकार)

विचलन के पाँच मुख्य माप हैं, जो इस प्रकार हैं -

- (i) प्रसार (Range)
- (ii) चतुर्थक विचलन (Quartile deviation)
- (iii) औसत विचलन (mean / Average deviation)
- (iv) मानक विचलन (Standard deviation)
- (v) प्रसरण (Variance)

प्रसार (Range)

$$\text{Range} = (\text{Highest score} - \text{Lowest score})$$

Example, नीचे दिए गए प्राप्तांकों के वितरण का प्रसार इस प्रकार ज्ञात करेंगे -

90, 60, 55, 52, 50, 48, 45, 44, 43, 40

$$\text{Range} = 90 - 40 = 50$$

चतुर्थक विचलन (Quartile Deviation (Q))

चतुर्थक (Quartile) वे तीन बिन्दु हैं, जो प्राप्ताकों के वितरण को चार बराबर भागों में विभाजित करते हैं। Q किसी वितरण के 75th Percentile तथा 25th Percentile के बीच की दूरी का अर्धभाग होता है। 25th Percentile को Q₁ या first quartile तथा 75th Percentile को Q₃ या third quartile कहा जाता है।

Q ज्ञात करने का सूत्र (Formula) इस प्रकार है-

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

यहाँ,
Q = Quartile Deviation
Q₃ = Third Quartile
Q₁ = First Quartile

Formula of first and Third Quartile -

$$Q_1 = L + \frac{N/4 - F}{f_{ov}} \times CI$$

$$Q_3 = L + \frac{3N/4 - F}{f_{ov}} \times CI$$

here, Q₁ = प्रथम चतुर्थक (First Quartile)

Q_3 = तृतीय चतुर्थांक (Third quartile)
 $N/4$ = कुल आवृत्तियों का 25%.

(25% of Total frequencies)
 $3N/4$ = कुल आवृत्तियों का 75%.

(75% of Total frequencies)
 L = उस वर्गान्तर की वास्तविक निचली सीमा जिसमें $N/4$ या $3N/4$ पड़ता है। (Exact lower limit of that class Interval that contains $N/4$ or $3N/4$)

F = उन सभी आवृत्तियों का योग जो उस वर्गान्तर के ऊपर आती हैं जिसमें $N/4$ या $3N/4$ पड़ता है

f_v = उस वर्गान्तर की आवृत्ति जिसमें $N/4$ या Q_1 या $3N/4$ या Q_3 पड़ता है (frequency of that class Interval which contains $N/4$ or Q_1 , $3N/4$ or Q_3)

CI = वर्गान्तर की लम्बाई (Length of class-Interval)

Example :- Find the quartile Deviation of the following data :-

मजदूरी (रु. में)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
श्रमिकों की संख्या	5	3	7	5	10	3	2

Solution,

मजदूरी (wages) Class Interval	श्रमिकों की संख्या frequency (f)	आवृत्ति Cummulative freq. (cf)
0 - 10	5	5
10 - 20	3	8
20 - 30	7	15
30 - 40	5	20
40 - 50	10	30
50 - 60	3	33
60 - 70	2	35
	$N = 35$	

$$Q_1 = (N/4) \text{ वें पद का आकार}$$

$$= \left(\frac{35}{4}\right) \text{ वें पद का आकार}$$

$$= 8.75 \text{ वाँ पद}$$

8.75 वाँ से ठीक बड़ा पद समूह 20-30 में स्थित है।

(8.75 से ठीक बड़ा cf 15 है जिसका class Interval 20-30 है।)

Q₁ निकालने के लिए निम्न सूत्र का प्रयोग करेंगे:

$$Q_1 = L + \frac{N/4 - F}{f_v} \times CI$$

where, $L = 20$, $N/4 = 8.75$, $F = 8$, $f_v = 7$
 $CI = 10$

$$= 20 + \frac{8.75 - 8}{7} \times 10$$

$$= 20 + \frac{0.75 \times 10}{7}, = 20 + \frac{7.5}{7}$$

$$= 20 + 1.07 = 21.07$$

Q₃ निकालने के लिए निम्न सूत्र का प्रयोग करेंगे:-

$$Q_3 = L + \frac{3N/4 - F}{f_v} \times CI$$

$$Q_3 = \left(\frac{3N}{4}\right) \text{ वें पद का आकार}$$

$$= \left(\frac{3 \times 35}{4}\right) \text{ वें पद का आकार}$$

$$= 26.25 \text{ वाँ पद}$$

26.25 से ठीक बड़ा cf 30 है जिसका class-Interval 40-50 है। अतः $L = 40$

$$3N/4 = 26.25, F = 20, f_{qv} = 10, CI = 10$$

$$\begin{aligned}
 Q_3 &= 40 + \frac{26.25 - 20}{10} \times 10 \\
 &= 40 + \frac{10 \times 6.25}{10} \\
 &= 40 + 6.25 \\
 &= 46.25
 \end{aligned}$$

Ans:

$$\text{Quartile Deviation} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

where, $Q_3 = 46.25$

$$Q_1 = 21.07$$

$$= \frac{46.25 - 21.07}{2}$$

$$= \frac{25.18}{2}$$

$$= 12.59$$